

JAN SUCH

Na czym polega piękno ogólnej teorii względności

Wstęp

Ogólna teoria względności (OTW) uchodzi jeśli nie za najpiękniejszą, to za jedną z najpiękniejszych teorii fizycznych. Subramanyan Chandrasekhar w artykule *Estetyczne podstawy ogólnej teorii względności* przytacza kilka wypowiedzi wybitnych fizyków na ten temat. Pisze on:

Ogólna teoria względności jest powszechnie uważana za niezwykle piękną teorię. Rutherford i Max Born, na przykład, porównywali ją do dzieła sztuki. Wielu uczonych wyrażało podobne opinie jak Dirac:

„Fizycy tak chętnie akceptują ogólną teorię względności, mimo że jest sprzeczna z zasadą prostoty, z uwagi na jej piękno matematyczne” (1939)

„Teoria grawitacji Einsteina odznacza się wewnętrzną doskonałością” (1978). [Chandrasekhar 1999, s. 212].

Podobnie Lew Landau i Jewgienij Lifszyc w znanym podręczniku pisali 50 lat temu: OTW „[...] jest chyba najpiękniejszą ze wszystkich istniejących teorii fizycznych” [Landau, Lifszyc, 1958, s. 265]. Sam Einstein był również tego zdania. Przekonanie to znalazło pośrednio wyraz w odpowiedzi Einsteina na pytanie, co by powiedział, gdyby OTW nie znalazła potwierdzenia w obserwacji ugięcia promieni świetlnych w czasie zaćmienia słońca w 1919 roku. Odpowiedź ta brzmiała: „byłoby mi wtedy żal Pana Boga. Moja teoria i tak jest słuszna” [Rosenthal-Schneider, 1980, s. 74].

W artykule stawiam sobie dwa cele:

Po pierwsze, podejmuję próbę wyluszczenia, na czym polega piękno i elegancja teorii naukowej według Einsteina, a następnie stanowisko to zaopatrzę w pewien komentarz. Wydaje mi się on niezbędny, gdyż w pewnym punkcie swoich zapatrywań na „doskonałość” teorii Einstein nie wydaje mi się w pełni konsekwentny. Niekonsekwencja ta wynikała, jak sądzę, z dwuznacznego rozumienia przez Einsteina określenia „prostota matematyczna”. Swoje przekonanie wyrażam bardzo ostrożnie, gdyż twórca teorii względności słusznie uchodzi za myśliciela niezwykle konsekwentnego, potrafiącego z przyjętych założeń wyprowadzać wszelkie możliwe konsekwencje. Świadczy o tym zresztą (między innymi) okoliczność, że zarówno STW, jak i OTW zostały sformułowane przez Einsteina niemal w gotowej postaci, tak iż późniejsi badacze stosunkowo niewiele wnieśli – od strony merytorycznej – do tego, co się ogólnie nazywa teorią względności (lub nawet, nieco szerzej, fizyką relatywistyczną).

To, że ośmielam się zgłosić pewne zastrzeżenia do omawianego stanowiska Einsteina, jest także związane z faktem, że (1) Einstein często zmieniał swoje zapatrywania w kwestiach filozoficznych oraz że (2) w rozważaniach filozoficznych – z natury znacznie mniej precyzyjnych niż te, które dotyczyły kwestii *stricte* fizycznych – Einstein, w przekonaniu nie tylko moim, nie był tak konsekwentny jak w opracowaniach fizycznych.

Drugim celem – celem głównym mojego artykułu – jest zarysowanie wstępnej odpowiedzi na tytułowe pytanie: na czym polega piękno OTW?

Albert Einstein o tak zwanej wewnętrznej doskonałości teorii naukowej

Dwoma kryteriami wyboru teorii są – zdaniem Einsteina – zgodność teorii z doświadczeniem (jest to „kryterium zewnętrzne”) oraz wewnętrzna (czyli logiczna) doskonałość teorii (jest to „kryterium wewnętrzne”). Odrzucenie tego drugiego kryterium prowadzi do konserwatyizmu w dziedzinie myśli: za cenę komplikacji systemu wyjściowego (teorii) oraz wprowadzania do niego dodatkowych hipotez *ad hoc* można osiągać coraz to lepszą zgodność modyfikowanej teorii z doświadczeniem. Bez kryterium

doskonałości wewnętrznej będziemy zatem stale trzymać się starych teorii poprzez wprowadzanie do nich, gdy tylko zajdzie „potrzeba”, modyfikacji i doraźnych uszczegółowień. Należy przeto dążyć do zgodności teorii z doświadczeniem, ale zgodności nie za wszelką cenę: już stąd widać, że kryterium zgodności z doświadczeniem nie może być – jak by się wydawało na pierwszy rzut oka – jedynym kryterium wiarygodności wiedzy. Ograniczenie się do tego kryterium oznacza okopanie się na pozycjach płaskiego empiryzmu – na co wskazywali wcześniej myśliciele związani z konwencjonalizmem, tacy jak Henri Poincaré oraz Pierre Duhem.

Na czym zatem polega doskonałość wewnętrzna teorii?

Analiza licznych wypowiedzi Einsteina na ten temat prowadzi do wniosku, że doskonałość wewnętrzną teorii wyznaczają takie składniki jak: (1) prostota logiczna teorii, (2) prostota matematyczna teorii, (3) jej określoność (tzn. jednoznaczność), (4) naturalność oraz (5) zamkniętość logiczna (czyli jedyność, zwartość logiczna) teorii. Zdecydowanie najważniejszym z nich, któremu Einstein udziela najwięcej uwagi, jest prostota logiczna teorii, nazywana też przez niego zamiennie: prostotą wewnętrzną, prostotą podstaw, prostotą logiczną podstaw, prostotą podstaw logicznych, prostotą podstaw teoretycznych, prostotą założeń, jednolitością podstaw, jednolitością i oszczędnością podstaw, oszczędnością w sensie logicznym, a niekiedy też (co było mylące) prostotą matematyczną. Ranga prostoty logicznej wiedzy jest większa choćby z tego powodu, że Einstein uważa ją za główny cel badań naukowych.

Ogólnie biorąc, teoria jest tym prostsza logicznie, im mniej niezależnych przesłanek (a więc aksjomatów, postulatów, zasad, twierdzeń wyjściowych) zawiera oraz im wyższa jest jej zawartość informacyjna (logiczna i empiryczna). Z kolei zawartość informacyjna teorii jest wyznaczona przez ilość jej konsekwencji logicznych (w tym empirycznych), a także przez takie ich walory, jak ogólność i ścisłość (tzn. dokładność, precyzja). W przybliżeniu można to ująć w pseudorównaniu:

$$\text{Prostota logiczna teorii} \approx \frac{\text{Informacyjna zawartość teorii (ilość jej konsekwencji)}}{\text{Liczba twierdzeń wyjściowych teorii}}$$

Ponieważ informacyjna zawartość teorii jest wyznaczona przez ilość jej konsekwencji logicznych, przeto stopień prostoty logicznej teorii jest określony przez stosunek ilości jej konsekwencji do liczby twierdzeń wyjściowych: im jest on wyższy, tym teoria jest prostsza logicznie.

Jednakże powyższego pseudorównania sam Einstein nigdzie nie formułuje. Można domniemywać, że nie czyni tego z dwóch powodów: po pierwsze, każda teoria naukowa jako zbiór twierdzeń ściśle ogólnych (uniwersalnych) zawiera nieskończoną liczbę twierdzeń, przeto także jej zawartość informacyjna (ilość jej konsekwencji) występująca w liczniku powyższego pseudorównania jest nieskończona; po drugie, z konieczności skończona liczba twierdzeń wyjściowych teorii zawarta w mianowniku może być zawsze ujęta jako koniunkcja stanowiąca jedno twierdzenie, z którego wynika cała teoria. W rezultacie prostota logiczna byłaby dla każdej teorii liczbą nieskończoną o mocy przeliczalnej. Fakt powyższy uniemożliwiałby (owocne) porównywanie oraz ocenianie teorii pod względem prostoty logicznej: wszystkie one miałyby ten sam stopień prostoty logicznej (byłyby maksymalnie proste).

Wynika stąd, że podany „wzór” (pseudorównanie) na prostotę logiczną teorii stanowi jedynie pewną intuicyjną metaforę pozbawioną sensu matematycznego. Jednakże jest to metafora ważna dla porównawczej oceny teorii naukowych oraz zrozumienia kierunku, w którym rozwija się nauka. Przekonuje nas o tym okoliczność, że teza o prostocie logicznej wiedzy jako celu poznania naukowego towarzyszy uczonym co najmniej od chwili powstania nauki nowożytnej w XVII stuleciu, zaś postulat budowania teorii o maksymalnej zawartości informacyjnej i minimalnej liczbie założeń jest nazywany niekiedy postulatem Leibniza-Einsteina [zob. Such, 2004, s. 119–122].

Właściwy sens intuicyjny rozważanego pseudorównania można by przybliżyć, wskazując, że teorie nauk empirycznych różnią się istotnie zakresem swojej stosowalności (czyli zasięgiem obowiązywania). Na przykład teorie naukowe następujące po sobie w danej dziedzinie, które można uszeregować w ciąg korespondencyjny, mają to do siebie, że każda następna ma szerszy zakres zastosowań. Przykładowo mechanika klasyczna adekwatnie (z dobrym przybliżeniem) opisuje jedynie ruchy powolne ciał,

szczególne teorie względności, stanowiąc jej „korespondencyjne uogólnienie”, opisuje ruchy z dowolną prędkością, z kolei ogólna teoria względności (następne ogniwo ciągu) opisuje adekwatnie także ruchy z dowolnym przyspieszeniem. Okazuje się przy tym, że liczba twierdzeń stanowiących założenia tych teorii bynajmniej nie wzrasta, a często nawet maleje.

Powyższemu „ilościowemu” wzrostowi informacyjnej zawartości teorii zazwyczaj towarzyszy wzrost w aspekcie jakościowym: nowe teorie często obejmują – obok dotychczasowych – jakościowo nowe dziedziny zjawisk, co także świadczy o wzroście ich informacyjnej zawartości. Na przykład OTW przekracza granice mechaniki, stając się zarazem współczesną relatywistyczną teorią grawitacji. Z kolei MQ, która wyrosła na gruncie fizyki, stanowi zarazem jedną z teoretycznych podstaw współczesnej chemii, co oznacza, że przełamuje ona (sztywną) granicę między fizyką i chemią, stając się w istocie teorią fizykochemiczną. Przykłady powyższe wskazują, że silne poczucie uczonych, że teorie naukowe istotnie różnią się stopniem prostoty logicznej, nie jest bezzasadne oraz że rozwój nauki polega między innymi na budowaniu teorii o wzrastającej prostocie logicznej.

Często Einstein zaznacza, że minimalizacja przesłanek, na których teoria się opiera, dotyczy nie tylko minimalizacji twierdzeń wyjściowych (aksjomatów, zasad, postulatów), lecz także pojęć (w tych twierdzeniach zawartych). Dlatego w podanym pseudorównaniu znak równości zastąpiłem znakiem równości przybliżonej. Rozwój nauki (i nie tylko nauki) zmierza, według Einsteina, do osiągnięcia wiedzy coraz prostszej logicznie:

Celem nauki jest, po pierwsze, możliwie *najbardziej pełne* pojęciowe uchwycenie doznań zmysłowych w całej ich różnorodności, po drugie jednak osiągnięcie tego celu *przy zastosowaniu minimum pierwotnych pojęć i relacji* (dążenie do możliwie największej logicznej jednolitości obrazu świata względnie logicznej prostoty jego podstaw). [Einstein, 2001, s. 199–200]

Jednakże wyjściowy poziom pojęć pierwotnych stosowanych w danej nauce „jest zupełnie pozbawiony prostoty logicznej” [Einstein, 2001, s. 200]. Dlatego

wynajduje się system uboższy w pojęcia i relacje, który zawiera pierwotne pojęcia i relacje „pierwszego poziomu” jako logicznie wyprowadzone pojęcia i relacje. Ten nowy „drugi poziom” okupuje zdobytą większą logiczną prostotę tym, iż pojęcia postawione w nim na początku (pojęcia drugiego poziomu) nie są już bezpośrednio powiązane z kompleksami doznań zmysłowych. Dalsze dążenie do prostoty logicznej prowadzi do stworzenia jeszcze uboższego systemu trzeciego rzędu pojęć i relacji do dedukcji pojęć i relacji drugiego (a przez to i pierwszego) poziomu. Proces ten będzie trwał tak długo, aż dojdziemy do systemu o największej dającej się pomyśleć prostocie i najmniejszej liczbie pojęć w podstawach logicznych, jaką da się pogodzić z charakterem doznań zmysłowych. Czy w dążeniach tych dojdziemy kiedyś do jakiegoś definitywnego systemu, tego nie wiemy. [Einstein, 2001, s. 200]

Istotne jest tylko dążenie do przedstawienia wielości pojęć i twierdzeń bliskich doznaniom jako logicznych konsekwencji możliwie wąskiej bazy, podstawowych pojęć i relacji, które można dowolnie wybierać (aksjomatów). [Einstein, 2001, s. 201]

Wszystko to jest „[...] owocem dążenia do jednolitości podstaw w toku rozwoju nauki” [Einstein, 2001, s. 201].

Jeśli przez prostotę matematyczną teorii (ogólniej: wiedzy) rozumieć prostotę aparatu matematycznego stanowiącego szkielet formalny (logiczny) teorii, to osiągnięcie prostoty logicznej teorii (wiedzy) osiąga się kosztem prostoty matematycznej. W pracy *Fundament fizyki* Einstein pisze:

Fizyka jest rozwijającym się logicznym systemem myślowym [...]. Rozwój zachodzi w kierunku rosnącej prostoty podstaw logicznych. Aby przybliżyć się do tego celu, musimy pogodzić się z tym, iż podstawy logiczne będą coraz dalsze od doznań, a droga logiczna od podstaw do tych konsekwencji, które znajdują korelat w doznaniach zmysłowych, będzie coraz trudniejsza i dłuższa. [Einstein, 2001, s. 230]

Taka „coraz trudniejsza i dłuższa” droga logiczna wymaga, rzecz jasna, stosowania coraz bardziej zaawansowanych środków matematycznych. Nie ulega przeto wątpliwości, że Einstein dostrzegał fundamentalny w kontekście rozwoju wiedzy fizycznej fakt, iż między prostotą logiczną a prostotą matematyczną zachodzi ujemna korelacja, polegająca na tym, że realizacja – w toku rozwoju wiedzy fizycznej – coraz większej prostoty logicznej teorii naukowych (oraz wiedzy naukowej w ogóle) odbywa się

kosztem coraz bardziej skomplikowanego aparatu matematycznego. Osiąganie prostoty logicznej teorii odbywa się zatem kosztem prostoty matematycznej – fakt bardzo nieprzyjemny dla laika, któremu coraz trudniej przychodzi opanowanie jakiegoś fragmentu wiedzy naukowej.

Wynika stąd także, że rozwój fizyki bezpośrednio zależy od rozwoju matematyki. W czasach Newtona, na przykład, nie istniał dostatecznie skomplikowany aparat matematyczny (np. geometria różniczkowa, geometria Riemanna, rachunek tensorowy, przestrzeń Hilberta itp.), który mógłby stanowić podstawę do zbudowania fizyki relatywistycznej czy fizyki kwantowej, a przeto tak prostych logicznie teorii, jakimi okazały się OTW czy też MQ (mechanika kwantowa).

Oba te rodzaje prostoty – z uwagi na wykluczanie się – nie mogą zatem stanowić jednocześnie celu poznania naukowego. Antynomia ta znalazła wyraz w znanym powiedzeniu Einsteina: „Nauka dlatego jest tak złożona, że jest tak prosta”. Paradoksalność powyższej wypowiedzi znika przy prostym uzupełnieniu: „Nauka dlatego jest tak złożona *matematycznie*, że jest tak prosta *logicznie*”. W tym kontekście spotykane czasami zamienne stosowanie przez Einsteina określeń „prostota logiczna” oraz „prostota matematyczna” należy uznać za mylące. W jego tekstach można też w związku z tym spotkać stwierdzenia, że celem dążeń naukowych w fizyce jest prostota matematyczna (w domyśle: prostota logiczna).

Próba pogodzenia rozmaitych wypowiedzi Einsteina na temat prostoty (a w szczególności „prostoty logicznej” oraz „prostoty matematycznej”) prowadzi do wniosku, że w stosowaniu określenia „prostota matematyczna” nie był on konsekwentny. Niekiedy przez „prostotę matematyczną” rozumiał „prostotę logiczną”, kiedy indziej zaś „prostotę aparatu matematycznego”.

Oceniając walory uzyskiwanej wiedzy, Einstein nie mógł oczywiście przemykać oczu na fakt, że liczy się także prostota matematyczna w tym ostatnim znaczeniu: po co komplikować stosowany aparat matematyczny tam, gdzie wystarczy posłużyć się prostszymi środkami matematycznymi. Zbędna komplikacja aparatu matematycznego występowała, zdaniem Einsteina, wtedy, gdy nie była ona wymuszana przez prostotę logiczną wiedzy. Należy zatem uznać, że według niego przewodnim celem nauki jest

prostota logiczna, natomiast prostota matematyczna jest wyraźnie jej podporządkowana, dopiero bowiem w jej ramach uczyony powinien realizować postulat prostoty matematycznej, to znaczy nie stosować skomplikowanego aparatu matematycznego tam, gdzie nie jest to wymuszone przez osiągnięcie prostoty logicznej. Oba zatem rodzaje prostoty stanowią wyznaczniki piękna i elegancji teorii naukowej, gdyż zbędna komplikacja aparatu matematycznego również negatywnie wpływa na stopień doskonałości teorii.

Stanowisko powyższe znalazło wyraz w sporze Einsteina z poglądem prezentowanym w kwestii prostoty wiedzy przez Poincarégo. Niezgoda dotyczyła dwóch kwestii. Po pierwsze, Poincaré nie uwzględnił (lub w każdym razie nie docenił) wagi tego rodzaju waloru wiedzy, który Einstein nazywał prostotą logiczną. Poincarému szło o prostotę matematyczną (prostotę aparatu matematycznego). Po drugie, Poincaré nie brał pod uwagę faktu, że kryterium prostoty matematycznej w opisie fizycznym świata należy stosować „nie tylko do samej geometrii, lecz również do wziętego za podstawę całego systemu praw fizyki”, a to dlatego, że „sprawdzenie samej geometrii jest [...] niemożliwe” [Einstein, 2001, s. 277]. Zbudowanie OTW pokazało, że mimo iż geometria Euklidesa stanowi prostszy matematycznie opis przestrzeni fizycznej niż geometria Riemanna, to jednak rezygnacja z tej geometrii w procesie opisu pola grawitacyjnego prowadziła do prostszego nie tylko w sensie logicznym, lecz także matematycznym opisu całości zjawisk fizycznych ($G + F$) złożonego z części geometrycznej G oraz fizycznej F .

Jeśli chodzi o pozostałe elementy „doskonałości” teorii, takie jak określoność, naturalność oraz zamkniętość logiczna, to Einstein poświęca im znacznie mniej uwagi, podkreślając, że można by je wyeksplikować znacznie dokładniej niż on sam to uczynił. Omawiając te pojęcia, Einstein ogranicza się zazwyczaj do krótkich komentarzy oraz do podania przykładów. Mówiąc o określoności teorii, pisze:

[...] wśród teorii o równie „prostych” podstawach należałoby uznać przewagę tej, która najmocniej ogranicza możliwe same przez się własności systemu (to znaczy zawiera najbardziej określone wypowiedzi). [Einstein, 2001, s. 11]

Zarzut braku określoności stawia na przykład mechanice Newtona:

W mechanice klasycznej — jest jeden niezadowolający punkt, to iż *ta sama* stała masa występuje w podstawach na dwa różne sposoby; jako masa „bezwładna” w prawie ruchu i jako masa „ciężka” w prawie grawitacji. [Einstein, 2001, s. 216]

Z kolei naturalność dotyczy – zdaniem Einsteina – przede wszystkim założeń teorii: „pojęć podstawowych i przyjętych jako podstawowe związków między nimi” [Einstein, 2001, s. 11]. Na przykład słabość teorii Lorentza, stanowiącej „syntezę newtonowskiej mechaniki i maxwellowskiej teorii pola” polegała według Einsteina na tym, że

próbowała ona wyznaczyć to, co się dzieje, za pomocą kombinacji równań różniczkowych cząstkowych (równania Maxwella dla pustej przestrzeni) i równań różniczkowych zupełnych (równania ruchu punktów), co było w widoczny sposób nienaturalne. [Einstein, 2001, s. 213]

Jak można sądzić, ostatni, co nie znaczy najmniej znaczący, walor teorii polega na jej zamkniętości logicznej. Einstein pisze:

Główny urok teorii leży w jej zamkniętości logicznej. Jeśli jedna jedyna wyprowadzona z niej konsekwencja okazuje się nietrafna, to trzeba ją porzucić; modyfikacja okazuje się niemożliwa bez zniszczenia całej budowli. [Einstein, 2001, s. 68]

Zamkniętość stanowi, zdaniem Einsteina, istotny walor OTW. Omawiając próby połączenia grawitacji z elektromagnetyzmem, pisze:

Byłoby oczywiście wielkim postępem, gdyby udało się pole grawitacyjne i pole elektromagnetyczne ująć razem jako jednolity twór. Dopiero wtedy epoka fizyki teoretycznej zapoczątkowana przez Faradaya i Maxwella zyskałaby zadowolające zwieńczenie. Zbladłoby wtedy przeciwieństwo eter – materia, a cała fizyka stałaby się zamkniętym systemem, podobnie jak geometria, kinematyka i teoria grawitacji w ogólnej teorii względności. [Einstein, 2001, s. 80]

W ogólnej teorii względności nauka o przestrzeni i czasie, kinematyka, nie odgrywa już roli fundamentu niezależnego od pozostałej fizyki. Geometryczne zachowanie się ciał i chód zegarów zależą [...] od pól grawitacyjnych, które same z kolei wytwarzane są przez materię. [Einstein, 2001, s. 68]

Omówione kryteria doskonałości wewnętrznej, a zwłaszcza kryterium prostoty logicznej, stanowiły zasady metodologiczne, którymi Einstein się kierował w procesie budowy zarówno STW, jak też OTW. W tym miejscu ujawniła się też przewaga metodologicznego podejścia Einsteina nad podejściem Poincarégo. Stosując bardziej skomplikowaną (matematycznie) geometrię Riemanna, Einstein zbudował piękną i prostą logicznie oraz odznaczającą się innymi walorami – takimi jak naturalność, określoność i zwartość wewnętrzną – teorię (OTW).

Przewaga Einsteina nie tylko nad Poincarém, lecz także nad wieloma innymi autorami zajmującymi się prostotą oraz pięknem strukturalnym wiedzy polega na tym, że podczas gdy inni skupiają swoją uwagę przede wszystkim lub wyłącznie na prostocie i pięknie matematycznym, Einstein koncentruje się na tym aspekcie wiedzy, który nazywał prostotą i doskonałością logiczną. O młodym Einsteinie pisze się, że nie doceniał roli matematyki w badaniach fizycznych. I zapewne tak było. Jest jednak faktem, że fizyka teoretyczna, czymkolwiek jest, nie jest czystą matematyką. Pierwszym, który otrzymał poprawne sformułowanie równań pola grawitacyjnego, był – jak wiadomo – nie Einstein, lecz Hilbert, który je uzyskał 20 listopada 1915 roku, wyprzedzając Einsteina o pięć dni. Jednakże twórcą OTW jest nie Hilbert, lecz Einstein.

Na czym polega piękno OTW?

Sądzę, że OTW osiągnęła znacznie wyższy stopień „doskonałości wewnętrznej” (mierzony kryteriami Einsteina) niż wszystkie teorie zbudowane do czasu jej powstania, to znaczy do 1915 roku.

Wyraźnie jest to widoczne w zestawieniu z fizyką Newtona, a ściślej mówiąc, z jego mechaniką oraz teorią grawitacji (ostatnia była istotnym uzupełnieniem tej pierwszej, wskazując na rodzaj siły dominującej we Wszechświecie w dużej skali). Mechanika Newtona, która włączyła astronomię do fizyki, stanowiła połączenie trzech teorii dopasowanych do siebie w genialny sposób, a jednak dalece odrębnych: geometrii Euklidesa, dynamiki klasycznej oraz teorii grawitacji. Geometria Euklidesa była mil-

często zakładana, dziś jednak wiemy, że tworzyła istotny składnik zarówno dynamiki Newtona, jak też jego teorii grawitacji. Czas, przestrzeń i grawitacja stanowiły trzy niezależne elementy mechaniki Newtona. Natomiast według OTW czas, przestrzeń i grawitacja to tylko pewne aspekty struktury matematycznej zwanej czterowymiarową rozmaitością Lorentza (dawniej nazywaną geometrią Riemanna), spełniającą równania Einsteina [zob. Heller, 2006, s. 333]. „W ten sposób czas, przestrzeń i grawitacja zostały zunifikowane w jednej strukturze matematycznej” [Heller, 2006, s. 334].

Nie znaczy to, że OTW przewycięża całkowicie dualizm materii i czasoprzestrzeni, gdyż na jej gruncie nie udaje się ani zredukować materii do czasoprzestrzeni, ani czasoprzestrzeni do materii, aczkolwiek oba programy takiej redukcji mają swoich zwolenników [zob. np. Heller 2006, s. 354–358].

OTW, ujmując grawitację jako pole metryczne, zjednoczyła przeto (za pomocą rachunku tensorowego oraz geometrii różniczkowej i geometrii Riemanna) czasoprzestrzeń z grawitacją, łącząc w ten sposób geometrię, kinematykę i teorię grawitacji w jedną całość. Stworzyła w ten sposób jednolitą podstawę wielkiej części makrofizyki.

Faktu, że OTW jest znacznie prostsza logicznie niż mechanika Newtona oraz jego teoria grawitacji, nie da się wykazać bezpośrednio, ustalając liczbę założeń każdej z tych teorii oraz ilość ich konsekwencji logicznych (w tym obserwacyjnych), przynajmniej dopóki się nie przeprowadzi pełnej aksjomatyzacji obydwu teorii. Niektóre bowiem założenia teorii są milcząco przyjmowane, a ilość konsekwencji każdej z tych teorii jest nieskończona. Można jednak fakt ten uprawdopodobnić, pokazując, że, z jednej strony, OTW zastępuje pewne założenia mechaniki Newtona mniejszą liczbą założeń własnych oraz że, z drugiej strony, OTW zawiera konsekwencje, które nie mają swoich odpowiedników w mechanice Newtona, lecz nie jest odwrotnie. Na przykład konsekwencje OTW dotyczące tak zwanych efektów relatywistycznych nie mają na ogół swoich odpowiedników w teorii Newtona.

W ten sposób OTW wygrywa porównanie z teorią Newtona w obu składnikach wyznaczających poziom prostoty logicznej teorii. Jak już

wcześniej zauważyłem, prostota logiczna teorii to w przybliżeniu stosunek informacyjnej zawartości teorii do liczby jej twierdzeń wyjściowych.

Za osiągnięty stopień prostoty logicznej OTW zapłaciła wysoką cenę: jej aparat matematyczny – już w wyjściowym sformułowaniu podanym przez Einsteina (w 1915 r.) – jest znacznie bardziej zaawansowany niż aparat Newtona: geometria Riemanna zespolona z geometrią różniczkową zastąpiła geometrię Euklidesa, z kolei znacznie bardziej skomplikowany rachunek tensorowy (nazywany niekiedy absolutnym rachunkiem różniczkowym) zastąpił (zwykły) rachunek różniczkowy. Sam fakt nieliniowości równań pola OTW przesądza o większej prostocie aparatu matematycznego mechaniki klasycznej, zawierającego równania liniowe.

Logiczne i matematyczne piękno OTW nie było osiągnięciem natychmiastowym i jednorazowym. Aczkolwiek oparcie teorii na rachunku tensorowym, geometrii różniczkowej oraz geometrii Riemanna od razu uczyniło OTW teorią fizyczną o pięknej strukturze matematycznej i dużej prostocie logicznej, to jednak struktura ta i sama teoria podlegały, w ciągu stu lat jej istnienia, dalszym udoskonaleniom. Zwłaszcza dwa z nich zasługują, w moim przekonaniu, na uwagę.

Pierwsze, to wyprowadzenie w latach 1937–1938 równań ruchu z równań pola OTW, dokonane mniej więcej w tym samym czasie przez dwa zespoły badawcze, pracujące – jeden w USA, drugi w (byłym) Związku Radzieckim. Zespół amerykański obejmował Alberta Einsteina, Leopolda Infelda oraz Banesha Hoffmanna, którzy w roku 1938 opublikowali swój pierwszy artykuł na ten temat [zob. Einstein, Infeld, Hoffmann, 1938]. W skład zespołu rosyjskiego wchodził Włodzimierz Fock oraz jego uczennica Pietrowa, których prace ukazały się nieco wcześniej (1937 r.).

Na możliwość wyprowadzenia równań ruchu z równań pola wskazywał już w roku 1926 Hans Reichenbach, podając jako argument za taką możliwością nieliniowość równań pola. Uzyskanie tego wyniku było – z punktu widzenia kryterium prostoty logicznej – wielkim osiągnięciem, gdyż zmniejszało liczbę niezależnych założeń OTW, zwiększając w ten sposób prostotę logiczną i zwartość teorii. Od strony matematycznej było to przedsięwzięcie bardzo trudne, aczkolwiek trochę niedocenione przez samych fizyków, gdyż dotyczyło ulepszenia struktury teorii i nie prowadziło

do nowych prognoz. Na przykład Abraham Pais w swojej znakomitej monografii o Einsteinie pisze, że przez ostatnie 30 lat swego życia nie dokonał on żadnego ważnego odkrycia fizycznego [Pais, 2001, s. 526]. Jednakże w innym miejscu monografii Pais, pisząc o wspomnianym artykule Einsteina, Infelda i Hoffmanna o „problemie ruchu N-ciał”, przyznaje, że była to „ostatnia ważna praca Einsteina z dziedziny ogólnej teorii względności” [Pais, 2001, s. 293], co nie jest zbyt spójne z wcześniej przytoczoną jego wypowiedzią.

W latach 50. zeszłego stulecia na łamach czasopism filozoficznych: *Myśli Filozoficznej* oraz *Woprosow filosofii* rozgorzał spór między Włodzimierzem Fockiem a Leopoldem Infeldem o prymat w wyprowadzeniu równań ruchu z równań pola. Spór był zainicjowany listem skierowanym przez Focka do Infelda. Tak się złożyło, że w tym czasie, będąc studentem Uniwersytetu Petersburskiego (wówczas Leningradzkiego), uczestniczyłem w seminarium z filozofii fizyki prowadzonym przez Focka dla pracowników nauki, w którym mogli brać udział także studenci i doktoranci. Na jednym z seminariów Fock poruszył sprawę tego sporu w sposób ugodowy, mówiąc, że oba zespoły uzyskały swe wyniki (zresztą nieco różniące się od siebie na przykład tym, iż jego zespół badał ruch ciał o skończonych rozmiarach, natomiast zespół Einsteina – ruch punktów materialnych) w sposób niezależny i za pomocą odmiennych metod, zaznaczył jednak, iż wyniki jego zespołu zostały uzyskane (a w każdym razie opublikowane) nieco wcześniej.

Warto odnotować, że OTW nie jest jedyną teorią uproszczoną logicznie w drodze zmniejszenia liczby założeń wyjściowych. Wzorcowy, niejako paradygmatyczny przykład stanowi teoria Kopernika: znaczne uproszczenie logiczne zawdzięcza ona – jak wiadomo – Keplerowi, który jednostajny ruch okrężny planet wokół Słońca zastąpił ruchem eliptycznym ze zmienną prędkością, co doprowadziło do rezygnacji z wielu ekscentryków, epicykli, ekwantów i innych komplikujących teorię wyjściową założeń. Okazało się, że do przewidywania położenia planet wystarczy jedna niezłożona krzywa geometryczna i jedno proste prawo dotyczące prędkości. Podobnie mechanika Newtona została logicznie uproszczona dzięki jej ujęciu analitycznemu przez Langrange’a, Hamiltona i innych.

Drugie istotne udoskonalenie OTW wiąże się z metodami globalnymi, wprowadzonymi przez Penrose'a, Gerocha i innych, które w miejsce podejścia aksjomatycznego do OTW, opartego na ustaleniu z góry systemu aksjomatów, stosują podejście strukturalne, polegające „na dokładnej analizie globalnych własności rozwiązań równań Einsteina (nie tylko przestrzeni Minkowskiego), a dopiero potem formułowaniu ogólnych twierdzeń popartych dowodami” [Heller, 2006, s. 346]. Impulsem do rozpoczęcia badań globalnych własności czasoprzestrzeni stało się przełomowe rozwiązanie równań Einsteina przez Gödla, dokonane w 1949 roku, przedstawiające Wszechświat z rotacją i zamkniętymi krzywymi czasopodobnymi.

OTW jako teoria czasoprzestrzeni jest formułowana – podobnie jak wiele innych teorii fizyki współczesnej – za pomocą kilku ujęć matematycznych, „w których odmienne elementy struktury należy uznać za «byty podstawowe»” „i w każdym z nich rola czasoprzestrzeni przedstawia się odmiennie” [Heller, 2006, s. 358]. Najbardziej znane są trzy ujęcia:

(1) standardowe, tradycyjne (podręcznikowe), „w którym za pierwotne traktuje się pojęcie czasoprzestrzeni”; w tym przedstawieniu „geometryczne ujęcie czterowymiarowego kontinuum zyskuje interpretację fizycznej czasoprzestrzeni” [Heller, 2006, s. 359]. Jest ono reprezentowane przez Hermanna Minkowskiego i samego Einsteina;

(2) metoda wiązek włóknistych reperów, czyli geometrycznych odpowiedników lokalnych (inercjalnych) układów odniesienia, stanowiących cztery liniowo niezależne wektory [Heller, 2006, s. 362];

(3) metoda przestrzeni różniczkowych czyli rzeczywistych funkcji określonych na rozmaitości – pól skalarnych, gdzie „pole skalarne to [...] pewna funkcja określona na czasoprzestrzeni, która każdemu jej punktowi przypisuje liczbę rzeczywistą (lub zespoloną) – wartość pola w tym punkcie” [Heller, 2006, s. 364].

Według Michała Hellera to są faktycznie trzy różne modele czasoprzestrzeni ujmowane za pomocą trzech różnych metod geometrii różniczkowej, które nasuwają „zupełnie odmienne interpretacje wyobrażeniowe przeprowadzanych konstrukcji” [Heller, 2006, s. 358].

W ujęciu (1) czasoprzestrzeń występuje jako (fizycznie zinterpretowana) czterowymiarowa gładka rozmaitość. Przewaga ujęcia (2) nad ujęciem (1) polega – zdaniem Hellera – na tym, że

[...] geometria czasoprzestrzeni (i różne jej dotychczasowe uogólnienia) jest za ubogą areną, na której mogłaby się rozegrać unifikacja fizyki. Wymaganych do tego celu stopni swobody dostarcza nie geometria czasoprzestrzeni, lecz geometria przestrzeni wiązek włóknistych nad czasoprzestrzenią. [...] Dopiero ujęcie ogólnej teorii względności w postaci teorii wiązek reperów ujawniło jej daleko idące podobieństwa do innych teorii cechowania, ale i pokazało, na czym polega jej specyficzna indywidualność. [Heller, 2006, s. 363]

W tym ujęciu OTW czasoprzestrzeń nie jest wprawdzie „obiektem pierwotnym”, jednakże jest obecna w strukturze teorii jako „obiekt wtórny” [Heller, 2006, s. 362–364]. W ujęciu (3) „objektami pierwotnymi są pola skalarne, natomiast czasoprzestrzeń otrzymuje się jako obiekt pochodny – «nośnik» tych pól” [Heller, 2006, s. 365]. Także to ujęcie w niektórych jego wersjach „[...] prowadzi do naturalnych uogólnień pojęcia czasoprzestrzeni, co może znaleźć interesujące zastosowania w fizyce [...]” [Heller, 2006, s. 365].

Na pytanie: „Co jest więc «naprawdę» najbardziej podstawowym elementem ogólnej teorii względności: czasoprzestrzeń, lokalne układy odniesienia, pola skalarne czy jeszcze coś innego?”, Heller odpowiada:

Myślę, że żaden z tych lub innych podobnych obiektów, lecz to, co pozostaje niezmiennione, gdy przechodzimy od jednego dopuszczalnego ujęcia tej teorii do drugiego takiego jej ujęcia, czyli pewne elementy abstrakcyjnej struktury, które mogą być modelowane przez rozmaite konkretne przedstawienia. [Heller, 2006, s. 365–366]

Ujęcia OTW w trzech podanych formalizmach zdaniem Hellera

[...] są empirycznie równoważne, a więc są one równoprawnymi *reprezentacjami* abstrakcyjnie rozumianej ogólnej teorii względności. Wyobrażenie sobie czasoprzestrzeni, lokalnych układów odniesienia lub pól skalarnych jako obiektów, o których mówi teoria względności, jest dopuszczalne, ale traktowanie któregośkolwiek z tych obiektów jako pierwotnego obiektu teorii stanowi bardziej dowolny wybór niż krok podyktowany wewnętrzną logiką teorii względności. [...] Chcąc uchwycić abstrakcyjną naturę Einsteinowskiej teorii grawitacji, należałoby skonstruować abstrakcyjną strukturę algebraiczną, której przynajmniej pewne reprezentacje byłyby równoważne znanym jej ujęciom. [Heller, 2006, s. 367]

Owa „abstrakcyjna struktura algebraiczna” stanowiłaby matematyczny szkielet „abstrakcyjnej teorii względności”, wskazujący na „pierwotny obiekt” ogólnej teorii względności, którym – zgodnie ze strukturalnym podejściem Hellera – jest przybliżana przez tę matematyczną strukturę (określona) struktura rzeczywistości. Realizm strukturalistyczny, do którego Heller się skłania, głosi, że „różne sformułowania tej samej teorii są jedynie reprezentacjami tej samej struktury” [Heller, 2006, s. 224]. Zarysowane strukturalne podejście Hellera do nowocześniejszych globalnych ujęć OTW wydaje się godne uwagi.

W świetle współczesnych badań nad stworzeniem teorii fundamentalnej, unifikującej OTW oraz MQ, jasno rysuje się jeszcze jeden walor teorii Einsteina, świadczący o jej doskonałości. Jest ona – jedyną jak dotąd – dojrzałą i sprawdzoną teorią *niezależną od tła*.

Problem niezależności od tła jest jednym z węzłowych punktów spornych między dwiema poważnymi kandydatkami do miana „teorii ostatecznej”, którymi aktualnie są: teoria superstrun (ujmowana jako M-teoria) oraz pętlowa grawitacja kwantowa. Zwolennicy tej ostatniej (zwłaszcza Lee Smolin) jako jeden z głównych walorów pętlowej grawitacji kwantowej, którego nie ma teoria superstrun, wskazują jej niezależność od tła. „Włączenie” tła do teorii sprawia, że teoria uzyskuje dużą wewnętrzną autonomię i, jako taka, czyni Wszechświat światem samowyjaśniającym się w większym stopniu, niż teoria zależna od tła.

OTW – w odróżnieniu nie tylko od fizyki klasycznej lecz także od mechaniki kwantowej – ujmuje czasoprzestrzeń jako aktywny (dynamiczny) czynnik strukturalnych przemian zachodzących w świecie, co znosi – w znacznej mierze – dualizm materii i czasoprzestrzeni. Udało się wyprowadzić równania ruchu z równań pola, nie udało się natomiast – mimo dużego, długoletniego wysiłku ze strony Einsteina – wykazać, że zasada Macha o względności bezwładności daje się uzgodnić z OTW. Einstein sądził, że uzgodnienie takie mogłoby doprowadzić do całkowitego zniesienia owego dualizmu, gdyż prowadziłoby do wniosku, iż metryka czasoprzestrzeni jest całkowicie określona przez masy ciał, a mówiąc ogólnie, przez tensor energii pędu [zob. Pais 2001, s. 290].

Swoje rozważania chciałbym zakończyć stwierdzeniem, że pierwszym urzeczonym pięknem OTW był sam jej twórca, który swój komunikat dla Pruskiej Akademii Nauk z dnia 25 listopada 1915 roku, zawierający równanie pola grawitacyjnego, zakończył słowami: „Każdy, kto w pełni zrozumie tę teorię, musi ulec jej magii”.

Bibliografia

- Chandrasekhar S., (1999), *Prawda i piękno*, Warszawa, Prószyński i S-ka.
Einstein A., (2001), *Pisma filozoficzne*, Warszawa, De Agostini Altaya.
Einstein A., Infeld L., Hoffmann B., (1938), “The gravitational equations and the problem of motion”, *Annals of Mathematics*, Vol. 39, No. 1, January, s. 65–100.
Greene B., (2001), *Piękno Wszechświata*, Warszawa, Prószyński i S-ka.
Heller M., (2006), *Filozofia i wszechświat*, Kraków, Universitas.
Landau L., Lifszyc E., (1958), *Teoria pola*, Warszawa, PWN.
Pais A., (2001), *Pan Bóg jest wyrafinowany...*, Warszawa, Prószyński i S-ka.
Rosenthal-Schneider I., (1980), *Reality and Scientific Truth: Discussions with Einstein, von Laue, and Planck*, Wayne, Wayne State University Press.
Smolin L., (2008), *Kłopoty z fizyką*, Warszawa, Prószyński i S-ka.
Such J., (2004), “The Leibniz-Einstein principle of the minimization of premises”, [w:] *Multiformity of Science*, Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities, vol. 79, Amsterdam – New York, Rodopi, s. 119–122.

The beauty of the general theory of relativity

ABSTRACT. The aim of this paper is to present the beauty of the general theory of relativity (GTR). The paper also explains what the beauty and elegance (“perfection”) of a scientific theory is according to Einstein. In Einstein’s opinion, the inner perfection of a theory is primarily about its logical simplicity, which is mainly based on a theory’s informational content as well as the number of its fundamental assumptions – the smaller the number of the initial statements of a theory (postulates and principles) and the greater the number of its logical consequences (including empirical consequences), the simpler the theory in terms of its logic. Further determinants of the inner perfection of a theory, according to Einstein, are: a theory’s mathematical simplicity (a set of simple mathematical methods which constitute the formal structure of a theory), definiteness, naturalness and logical closedness. These criteria, especially the criterion of logical

simplicity, which is the main goal of scientific research, constituted the methodological principles that Einstein followed when constructing the GTR.

In the second part of the paper the author shows that the GTR has achieved a much higher level of “inner perfection” than Newton’s classical mechanics, when considered together with his theory of gravity. Moreover, it turns out that the GTR’s logical and mathematical beauty was not achieved immediately and at once. Because the logical and mathematical structure of this theory was simplified – as a result of (1) deriving equations of motion from field equations (which was done by Einstein’s and Fock’s teams in 1937 and 1938); and (2) introducing global methods for studying the properties of space-time (which were originated by Gödel in 1949 and elaborated by Penrose, Geroch and others) – the GTR has achieved logical compactness, which, according to physicists, makes it the most beautiful physical theory that has ever been formulated.

KEY WORDS: general theory of relativity (GTR), Einstein, beauty of the theory, inner perfection of the theory, logical simplicity of the theory, mathematical simplicity of the theory

Jan Such, Zakład Filozofii Nauki, Instytut Filozofii, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza, ul. Szamarzewskiego 89C, 60-568 Poznań, jansu@o2.pl